Col. Sec. Nº 5027 "GRAL. JOSÉ DE SAN MARTÍN"

Central: Avda. Líbano Nº 850 – Tel.4231848 **Anexo:** Avda. Independencia y Lanceros S/N – Tel. 4960618- 454651
Web: https://www.colsanmartin.com **Correo:** colsanmartin5027@gmail.com

PROYECTO DE RECUPERACION- COVID-19

ESPACIO CURRICULAR: MATEMÁTICA

DOCENTES: CHUNGARA, Sonia, YAÑEZ, Silvia y MONTAÑEZ, Sandra.

CURSO: 4° Año **DIVISIONES:** Todas **TURNO**: Mañana- Tarde - Vespertino

TRABAJO PRÁCTICO Nº 8 Fecha: DESDE 16/ 10 HASTA **23 / 10**

Responder las tareas al correo del docente según el turno, curso y división al que pertenezca

Profesora: CHUNGARA, Sonia Curso: 4°_ Div: 1° Turno: Mañana
Correo: profesoniachungara@gmail.com

Profesora: YAÑEZ, Silvia Curso: 4°_ Div: 1° Turno: Tarde y Vespertino.
Correo: silvyanez68@gmail.com

Profesora: MONTAÑEZ, Sandra Curso: 4°_ Div: 2° Turno: Vespertino.
Correo: mabelmon32@gmail.com

ATENCIÓN*: *Responder las Actividades de esta guía con el siguiente encabezado al correo del docente según el turno, división y fecha de presentación.

Datos a completar por el/la alumn_:

APELLIDO Y NOMBRE:

CURSO: DIVISIÓN: TURNO:

E-MAIL:

TELÉFONO: (SEÑALAR: FIJO O MÓVIL)

ACTIVIDAD PROPUESTA

TEMA

ECUACIÓN CUADRÁTICA:

- **Fórmula.**
- **Discriminante.**
- **Raíces.**

❖ **Actividad 1: LEER (en forma comprensiva el siguiente texto) y ESCRIBIR la siguiente teoría:**

ECUACIÓN CUADRÁTICA

Una **ECUACIÓN CUADRÁTICA** o de **SEGUNDO GRADO** es aquella ecuación cuyo máximo exponente es **2**.
En términos generales una **ECUACIÓN CUADRÁTICA** es aquella que se puede escribir de la forma:

❖ $ax^2 + bx + c = 0$, donde a, b y c con $a \neq 0$ y **COEFICIENTES NUMÉRICOS** pertenecientes al conjunto de los números reales. A estos COEFICIENTES, los llamaremos:

$ax^2 + bx + c = 0$		
Coeficiente **CUADRÁTICO**	Coeficiente **LINEAL**	Coeficiente **INDEPENDIENTE**

Ej.:

$-3x^2 - 5x + 7 = 0$		
Coeficiente **CUADRÁTICO: -3**	Coeficiente **LINEAL: - 5**	Coeficiente **INDEPENDIENTE: +7**

$3x^2 - 2x + 4 = 0$		
Coeficiente **CUADRÁTICO: 3**	Coeficiente **LINEAL: -2**	Coeficiente **INDEPENDIENTE: +4**

Este tipo de ecuación se denomina **ECUACIÓN CUADRÁTICA** completa, pues tiene un término X^2, un término X^1 y un término independiente de "x" o **sea un número**.

Links que pueden ayudarte a entender y resolver los ejercicios propuestos:
https://youtu.be/ZC67c5ar9mA : Ecuaciones de segundo grado fórmula general.
https://youtu.be/JHJw8dIrU08 : Ecuaciones de segundo grado incompletas puras.

También se pueden encontrar expresiones cuadráticas de la forma:

❖ $ax^2 + bx = 0$, con $a \neq 0,\ b \neq 0$ y $c = 0$	Ej.: $\underbrace{4}_{a} x^2 + \underbrace{3}_{b} x - \underbrace{0}_{c} = 0$, con $a \neq 0, b \neq 0$ y $c = 0$	Queda: $4x^2 + 3x = 0$
❖ $ax^2 + c = 0$, con $a \neq 0,\ b = 0$ y $c \neq 0$	Ej.: $\underbrace{-1}_{a} x^2 + \underbrace{0}_{b} x + \underbrace{2}_{c} = 0$, con $a \neq 0, b = 0$ y $c \neq 0$	Queda: $-1x^2 + 2 = 0$
❖ $ax^2 = 0$, con $a \neq 0,\ b = 0$ y $c = 0$	Ej.: $\underbrace{25}_{a}\ x^2 + \underbrace{0}_{b} x + \underbrace{0}_{c} = 0$, con $a \neq 0, b = 0$ y $c = 0$	Queda: $25x^2 = 0$

Otros ejemplos de ecuaciones cuadráticas:

Ej.: $\underbrace{2}_{a} x^2 + \underbrace{5}_{b} x - \underbrace{3}_{c} = 0$, con $a \neq 0,\ b \neq 0$ y $c = 0$	Queda: $2x^2 + 5x = 0$
Ej.: $\underbrace{\ }_{a} x^2 - \underbrace{3}_{b} x + \underbrace{0}_{c} = 0$, con $a \neq 0,\ b \neq 0$ y $c = 0$	Queda: $1x^2 - 3 = 0$ **Observación (recordar que):** $x^2 = 1x^2$
Ej.: $\underbrace{0}_{a} x^2 + \underbrace{5}_{b} x - \underbrace{3}_{c} = 0$, con $a = 0,\ b \neq 0$ y $c \neq 0$	Queda: $5x - 3 = 0$ **¡UPS!** Esta **NO** es una **ecuación cuadrática**, porque le falta el x^2 (dado que aquí $a = 0$, por eso no puede ser cuadrática).

❖ **Actividad 1. RECONOCER a, b y c de las siguientes ecuaciones:**

$4x^2 - 6x + 2 = 0$	$x^2 - 2 = 0$	$x^2 - 7x + 12 = 0$

❖ Existe una expresión llamada "**DISCRIMINANTE**", porque sirve para **"discriminar" (decidir)** los tipos posibles de **SOLUCIONES** que pueden encontrarse en **ECUACIONES CUADRÁTICAS** :

El DISCRIMINANTE, se simboliza: Δ tiene la expresión:

	Si $\Delta > 0$	**La ecuación, tiene 2 SOLUCIONES REALES DISTINTAS.**
$\Delta = b^2 - 4.a.c$	**Si** $\Delta = 0$	**La ecuación, tiene 2 SOLUCIONES REALES IGUALES.**
	Si $\Delta < 0$	**La ecuación, tiene 2 SOLUCIONES IMAGINARIAS.**

Ejemplos:

A) $-x^2+4x+5=0$; $a=-1$, $b=4$, $c=5$, **donde** $\Delta = b^2 - 4.a.c \rightarrow \Delta = \overbrace{4^2}^{1°\text{término}} - \overbrace{4.-1.5}^{2°\text{ término}} = 16 + 20 = 36$

Como $\Delta > 0$, la ecuación tiene **2 SOLUCIONES REALES DISTINTAS**: x_1 y x_2.

B) $x^2+4x+4=0$; $a=1$, $b=4$, $c=4$, **donde** $\Delta = b^2 - 4.a.c \rightarrow \Delta = \overbrace{4^2}^{1°\text{término}} - \overbrace{4.1.4}^{2°\text{ término}} = 16 - 16 = 0$

Como $\Delta = 0$, la ecuación tiene **2 SOLUCIONES REALES IGUALES**: $x_1 = x_2$.

C) $-x^2-4x-6=0$; $a=-1$, $b=-4$, $c=-6$, $\Delta = b^2 - 4.a.c \rightarrow \Delta = \overbrace{(-4)^2}^{1°\text{término}} - \overbrace{4.-1.-6}^{2°\text{ término}} = 16 - 24 = -8$

Como $\Delta < 0$, la ecuación tiene **2 SOLUCIONES IMAGINARIAS** o **dos soluciones que son dos números complejos conjugados**: $x_1 = a + bi$ y $x_2 = a - bi$.

❖ Las ecuaciones cuadráticas se pueden **RESOLVER** aplicando distintos métodos. Cada uno de los **Métodos para resolver una ecuación cuadrática** aquí presentado, está orientado a las características de la ecuación. Nos limitaremos únicamente a soluciones en los números Reales.

1. MÉTODO DE LA FÓRMULA GENERAL.

La muy conocida fórmula cuadrática es el método más completo y seguro para encontrar la solución de una ecuación cuadrática.

Expresión **general** de la ecuación:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

Se puede calcular la solución empleando una sola fórmula.

O bien calcularlas por separado:

$x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$ lo que está pintado de verde, es la fórmula del DISCRIMINANTE (Δ), y la fórmula quedaría más resumida de esta manera: $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2.a}$	$x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$ lo que está pintado de verde, es la fórmula del DISCRIMINANTE (Δ), y la fórmula quedaría más resumida de esta manera: $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2.a}$

En el Ejemplo A):

A) $-x^2+4x+5=0$ → $a=-1$, $b=4$, $c=5$, **donde**

$$\Delta = \overbrace{b^2}^{1°\text{término}} - \overbrace{4.a.c}^{2°\text{término}}$$

$$\Delta = \overbrace{4^2}^{1°\text{término}} - \overbrace{4.-1.5}^{2°\text{término}}$$

$$\Delta = 16 + 20 = 36$$

Como $\Delta > 0$, la ecuación tiene dos soluciones reales **DISTINTAS**: x_1 y x_2.

El DISCRIMINANTE (Δ) es: 36.

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2.a} \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2.a} \text{ ó}$$

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2.a} = \frac{-(4)+\sqrt{36}}{2.(-1)} = -1 \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2.a} = \frac{-(4)-\sqrt{36}}{2.(-1)} = 5$$

RTA: Entonces: $x_1 = -1$ y $x_2 = 5$ **son las dos soluciones reales DISTINTAS.**

En el Ejemplo B):

B) $x^2+4x+4=0$ → $a=1$, $b=4$, $c=4$, **donde**

$$\Delta = \overbrace{b^2}^{1°\text{término}} - \overbrace{4.a.c}^{2°\text{término}}$$

$$\Delta = \overbrace{(4)^2}^{1°\text{término}} - \overbrace{4.(1).(4)}^{2°\text{término}}$$

$$\Delta = 16 - 16 = 0$$

Como $\Delta = 0$, la ecuación tiene **2 SOLUCIONES REALES IGUALES**: $x_1 = x_2$.

El DISCRIMINANTE (Δ) es: 0.

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2.a} \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2.a} \text{ ó}$$

$$x_1 = \frac{-(4)+\sqrt{0}}{2.(-1)} \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-(4)-\sqrt{0}}{2.(-1)}$$

$$x_1 = \frac{-4+0}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2 \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-(4)-\sqrt{0}}{2.(-1)} = \frac{-4}{-2} = 2$$

RTA: Entonces: $x_1 = 2$ y $x_2 = 2$ **son las dos soluciones reales IGUALES.**
EN ESTE CASO, AL RESOLVER ESTE TIPO DE EJERCICIO, CON SABER QUE EL DISCRIMINANTE ES IGUAL A 0: $\Delta = 0$, SOLO SE APLICA UNA SOLA VEZ LA FÓRMULA.

En el Ejemplo **C)**:

C) $-x^2-4x-6=0$ → $a = -1$, $b = -4$, $c = -6$

, **donde** $\Delta = \overbrace{b^2}^{1° término} - \overbrace{4.a.c}^{2° término}$

$$\Delta = \overbrace{(-4)^2}^{1° término} - \overbrace{4.(-1).(-6)}^{2° término}$$

$$\Delta = \quad 16 \quad - \quad 24 \quad = -8$$

Como $\Delta = 0$, la ecuación tiene **2 SOLUCIONES IMAGINARIAS** o **dos soluciones que son dos números complejos conjugados**: $x_1 = a + bi$ y $x_2 = a - bi$.

El DISCRIMINANTE (Δ) es: -8.

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2.a} \quad y \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2.a} \text{ ó}$$

$$x_1 = \frac{-(-4)+\sqrt{-8}}{2.(-1)} \quad y \quad x_2 = \frac{-(4)-\sqrt{0}}{2.(-1)}$$

$$x_1 = \frac{+4+\sqrt{-8}}{-2} \quad y \quad x_2 = \frac{-(4)-\sqrt{-8}}{-2}$$

OBSERVACIÓN: como la $\sqrt{-8}$, no tiene solución en el campo de los números reales, la solución se la expresará de esta manera:

RTA: $x_1 = \frac{+4+\sqrt{-8}}{-2}$ y $x_2 = \frac{-(4)-\sqrt{-8}}{-2}$ **dos soluciones que no pertenecen a los números reales (son dos números complejos conjugados)**, porque la $\sqrt{-8}$ no tiene solución en los números reales.

- **Actividad 2. RECONOCER a, b y c de las siguientes ecuaciones, calcular el DISCRIMINANTE y encontrar las raíces de:**

$4x^2 - 6x + 2 = 0$	$x^2 - 2 = 0$	$x^2 - 7x + 12 = 0$

2. MÉTODO DE LA RAÍZ CUADRADA.

Analicemos las características de una ecuación cómo la siguiente:

$$ax^2 + c = 0, \text{ con } a \neq 0, \ b = 0 \ y \ c \neq 0$$

Ej.: $2x^2 - 8 = 0$

Despejar para la variable x (o la variable involucrada) como se muestra en nuestro ejemplo:

- **Ecuación dada:** $2x^2 - 8 = 0$
- **Pasaje de término (-8 → +8):** $2x^2 = 8$
- **Pasaje de término (2 que multiplica → 2 que divide):** $x^2 = \frac{8}{2}$
- **Resolución de la división ($\frac{8}{2}$):** $x^2 = 4$

☞ **Aplicando raíz cuadrada en ambos lados:** $x = \sqrt{4}$

☞ **Resolviendo la operación:** $x = \pm 2$

RTA: $\boldsymbol{x_1} = +2$ y $\boldsymbol{x_2} = -2$

Es importante comprender el porqué de los símbolos $\pm$. Recordemos que todo número real positivo tiene dos raíces reales, una positiva y otra negativa. Ejemplo:

$$x = \sqrt{4}$$

$$x = \pm 2 \quad \textit{ya que:} \quad \begin{array}{l} +2\,.+2 = 4 \\ -2\,.-2 = 4 \end{array}$$

Si **GENERALIZAMOS** este método para cualquier **ecuación cuadrática con b=0**, y además con **c** negativo. Las soluciones serían: $$\boldsymbol{x = \pm\left(\frac{c}{a}\right)}$$

❖ **Actividad 3. Encontrar las raíces de:**

$\boldsymbol{t^2 - 25 = 0}$	$\boldsymbol{2x^2 + 9 = 17}$

3. MÉTODO POR FACTORIZACIÓN.

En este método solo se contemplará el **caso:**

- ***Ecuaciones cuadráticas sin término independiente, es decir:***

$$\boldsymbol{a}\,x^2 + \boldsymbol{b}\,\boldsymbol{x} = 0, \quad \text{con } \boldsymbol{a} \neq 0,\ \boldsymbol{b} \neq 0 \ y\ \boldsymbol{c} = 0$$

Ej.:

$$\mathbf{3}x^2 - \mathbf{6}\boldsymbol{x} = 0$$

Se extrae el **FACTOR COMÚN** de la ecuación como se muestra en nuestro ejemplo:

☞ **Ecuación dada:** $\mathbf{3}x^2 - \mathbf{6}\boldsymbol{x} = 0$

☞ **Se extrae Factor Común:** $3x\,.(x+2) = 0$

☞ **Para que el producto $3x\,.(x+2) = 0$, sea igual a cero, pueden ocurrir dos cosas:**

☞ **Que** $3x\,.(x+2) = 0$ → $\boldsymbol{3\ x = 0 \rightarrow x = \frac{0}{3} = 0}$

→ $\boldsymbol{(x+2) = 0 \rightarrow x = -2}$

RTA: $\boldsymbol{x_1} = \mathbf{0}$ y $\boldsymbol{x_2} = \mathbf{-2}$

De igual forma podemos **GENERALIZAR** las dos soluciones para este caso como sigue: $$\boldsymbol{x_1} = \mathbf{0} \quad y \quad \boldsymbol{x_2} = -\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}$$

❖ **Actividad 4. Encontrar las raíces de:**

$\boldsymbol{3x^2 - 3x = 0}$	$\boldsymbol{-x^2 + 3x = 0}$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Siendo $ax^2 + bx + c = 0$; la expresión general de una ecuación de 2º, marca con un aspa (x) en la (V) si es verdadera o en la (F) si es falsa.

A. **"c"** es el término lineal.	(V) (F)
B. **"a"** debe ser diferente de cero.	(V) (F)
C. "ax^2" es el término independiente	(V) (F)
D. "bx" es el término de 1er grado	(V) (F)

2. Dada la siguiente expresión:

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$; responde (V) o (F) según corresponda:

a. "b^2 – 4ac" es el discriminante. (…)

b. "c" es el coeficiente del término lineal. (…)

c. "a" es el coeficiente del término de 2º. (…)

3. Hallar las raíces de las ecuaciones usando la fórmula general realizando el procedimento correspondiente y unir con flechas la solución correcta.

ECUACION CUADRÁTICA O DE SEGUNDO GRADO	**RAÍCES O SOLUCIONES X_1 Y X_2**
1. $x^2 - 7x + 12 = 0$	$\boldsymbol{X_1 = 2}$ **Y** $\boldsymbol{X_2 = 6}$
2. $x^2 + 2x - 3 = 0$	$\boldsymbol{X_1 = 3}$ **Y** $\boldsymbol{X_2 = -7}$
3. $x^2 + 4x - 21 = 0$	$\boldsymbol{X_1 = 1}$ **Y** $\boldsymbol{X_2 = -3}$
4. $x^2 - 8x + 12 = 0$	$\boldsymbol{X_1 = 3}$ **Y** $\boldsymbol{X_2 = 4}$