Col. Sec. Nº 5027 "GRAL. JOSÉ DE SAN MARTÍN"

Central: Avda. Líbano Nº 850 – Tel.4231848 **Anexo:** Avda. Independencia y Lanceros S/N – Tel. 4960618- 454651

PROYECTO DE RECUPERACION- COVID-19

ESPACIO CURRICULAR: MATEMÁTICA

DOCENTES: CHUNGARA, Sonia, YAÑEZ, Silvia y MONTAÑEZ, Sandra.

CURSO: 4° Año **DIVISIONES**: Todas **TURNO**: Mañana- Tarde - Vespertino

TRABAJO PRÁCTICO Nº9 Fecha: DESDE **02-11-2020** HASTA : **11-11-2020**

Responder las tareas al correo del docente según el turno, curso y división al que pertenezca

Profesora: CHUNGARA, Sonia Curso: 4°_ Div: 1° Turno: Mañana
Correo: profesoniachungara@gmail.com

Profesora: YAÑEZ, Silvia Curso: 4°_ Div: 1° Turno: Tarde y Vespertino.
Correo: silvyanez68@gmail.com

Profesora: MONTAÑEZ, Sandra Curso: 4°_ Div: 2° Turno: Vespertino.
Correo: mabelmon32@gmail.com

***ATENCION*: Responder las Actividades de esta guía con el siguiente encabezado al correo del docente según el turno, división y fecha de presentación.**

Datos a completar por el/la alumn_:

APELLIDO Y NOMBRE:

CURSO: DIVISIÓN: TURNO:

E-MAIL:

TELÉFONO: (SEÑALAR: FIJO O MÓVIL)

ACTIVIDAD PROPUESTA

TEMA

FUNCIÓN CUADRÁTICA:

- **Fórmula. Discriminante. Raíces. Vértice.**
- **Gráfica.**
- **Estudio de una función cuadrática.**
- **Resolución de situaciones problemáticas.**

FUNCIÓN CUADRÁTICA

Definición: Decimos que una función es cuadrática si se puede expresar de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \textbf{o de la forma:} \quad y = ax^2 + bx + c$$

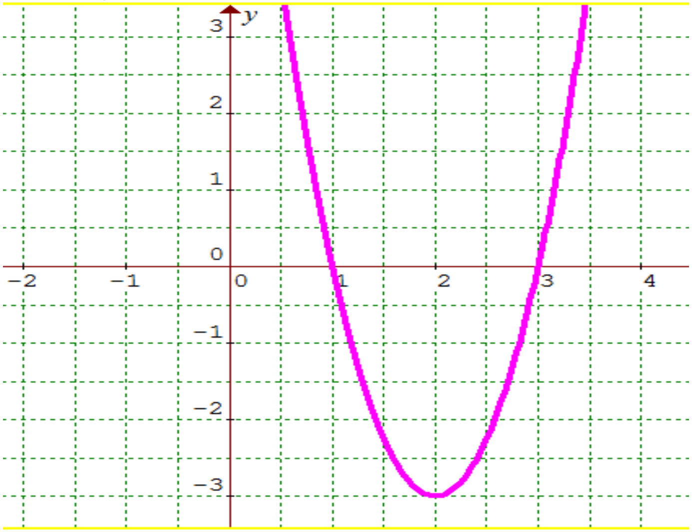
Donde "a", "b" y "c" son números reales y "a" es distinto de cero.

La gráfica de una función cuadrática es una parábola y su dominio es el conjunto de los números reales.

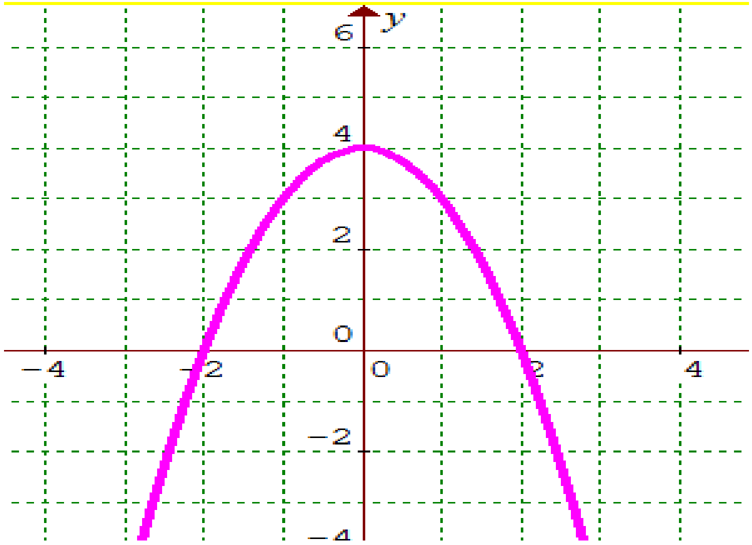
Si $a>0$, la parábola abre hacia arriba. Si $a<0$, la parábola abre hacia abajo.

Ejemplos:

a) $y=3x^2-12x+9$



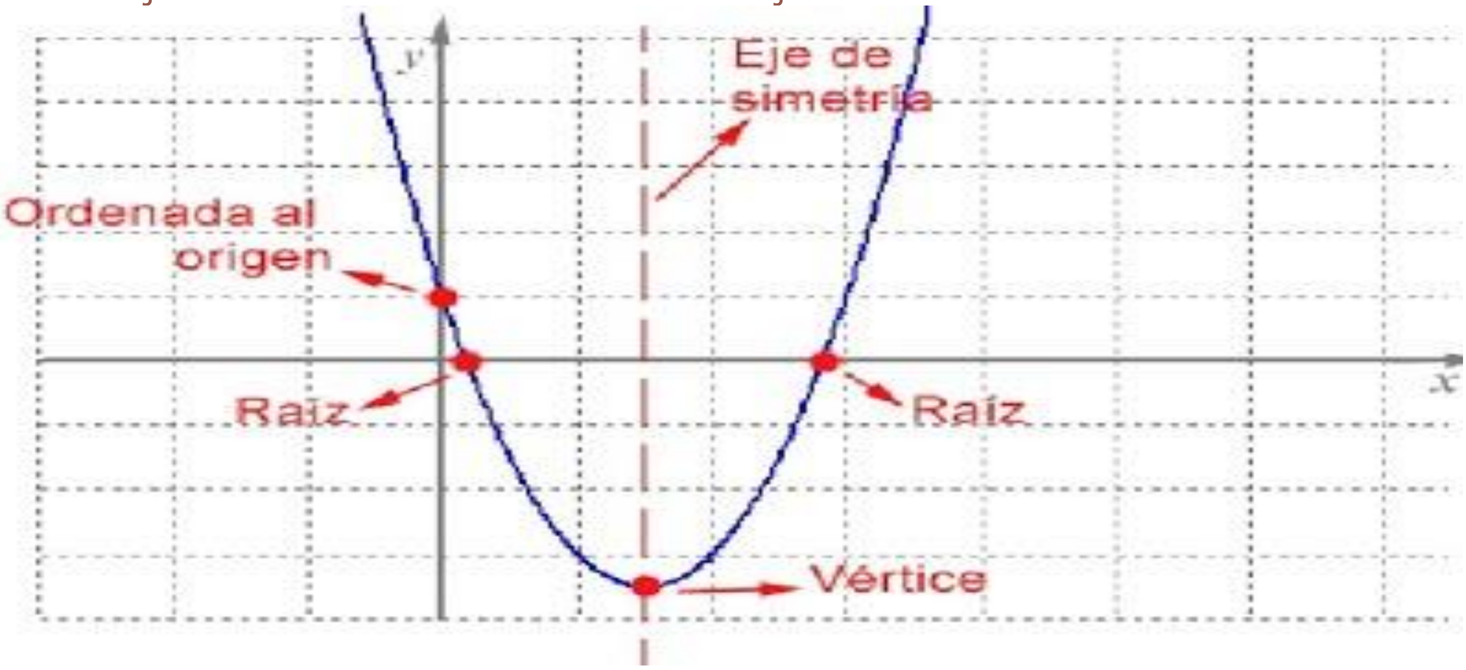
b) $y=-x^2+4$



Cada una de las curvas simétricas se llaman PARÁBOLAS.

Cuanto mayor sea "a" (en valor absoluto), más cerrada será la parábola.

Vértice. Eje de simetría. Intersecciones con los ejes coordenados:



- **Toda parábola es una curva simétrica con respecto a una recta horizontal llamada EJE DE SIMETRÍA.**
- **El punto de intersección del eje de simetría con la parábola se llama VÉRTICE, y divide a la parábola en dos ramas.**
- **Los puntos de intersección de la parábola con el eje X, son las RAÍCES o CEROS de la función.**
- **El punto de intersección de la parábola con el eje Y se llama ORDENADA AL ORIGEN.**

ACTIVIDADES:

1. Dadas las siguientes funciones, y su tabla de valores, GRAFÍCALAS en los ejes cartesianos y señala las RAÍCES, marca el EJE DE SIMETRÍA y el VÉRTICE:

$f(x)= x^2 - 5x + 4$	
X	f(x)
0	4
1	0
2	-2
4	0
5	4
6	?

$f(x)= - x^2 - 5x + 4$	
x	f(x)
-6	-2
-5	4
-1	8
0	4
1	-2
2	?

2. **Leer e interpretar:**

La siguiente función cuadrática, deriva del tema: ecuaciones cuadráticas:

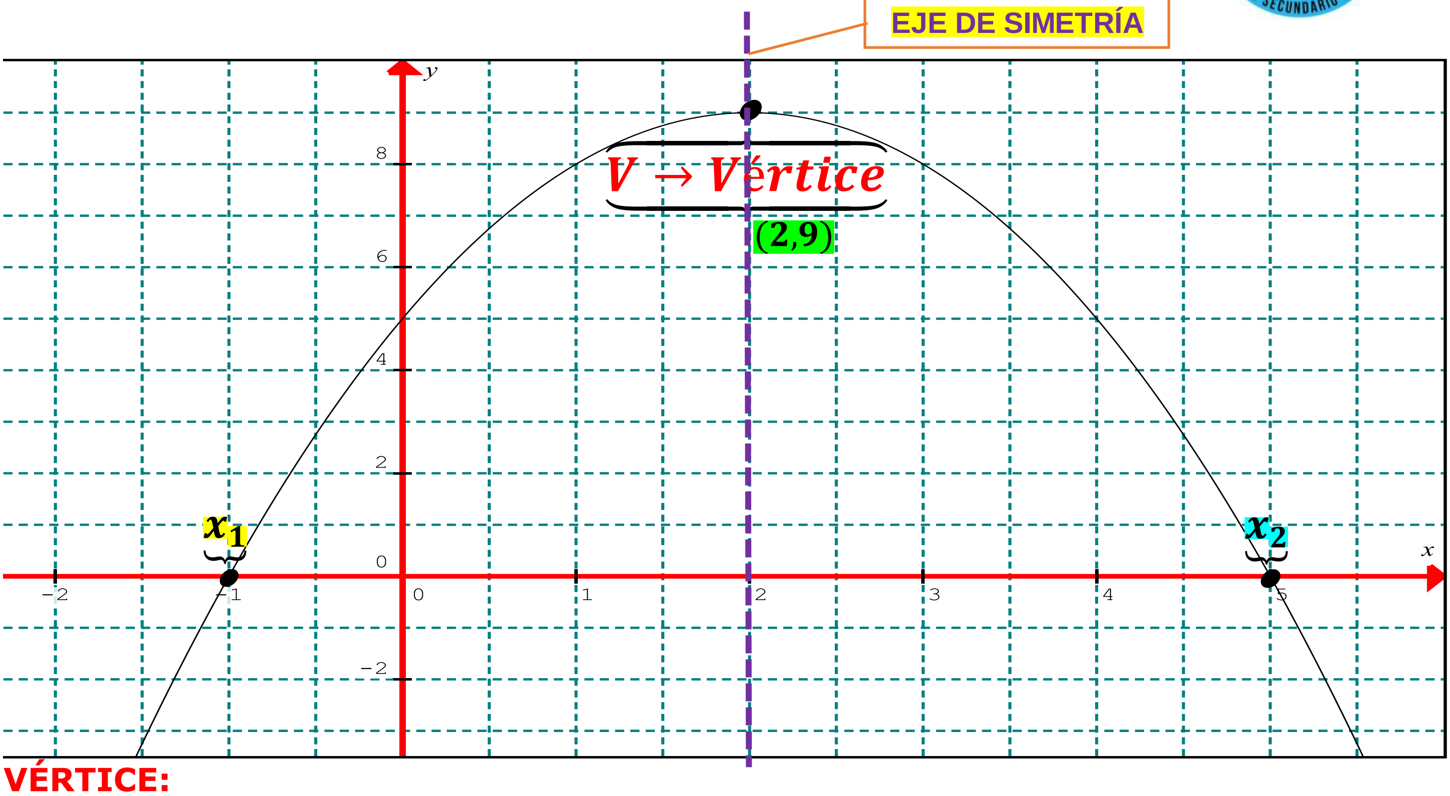
A) $f(x)=-x^2+4x+5$ — $a=-1$, $b=4$, $c=5$

, **donde $\Delta= b^2-4.a.c$ = $(4)^2$ -4.(-1).(5) = 36.**

Como $\Delta > 0$ la ecuación tiene dos soluciones reales distintas:

$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a}$ **ó**	$x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a}$ **ó**
$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2.a}$	$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2.a}$
$x_1=\frac{-(4)+\sqrt{36}}{2.(-1)}=-1$	$x_2=\frac{-(4)-\sqrt{36}}{2.(-1)}=5$
Para $x_1=-1 \to f(\ x\ )=-x^2+4x+5$	**Para** $x_1=5 \to f(\ x\ )=-x^2+4x+5$
Para $x_1=-1 \to f(-1)=-(-1)^2+4(-1)+5$	**Para**$x_1=5 \to f(5)=-(5)^2+4(5)+5$
Para $x_1=-1 \to f(-1)=\ -\ 1\ \ +4.(-1)+5$	**Para** $x_1=5 \to f(5)=\ -\ 25\ +4.(5)+5$
Para $x_1=-1 \to f(-1)=\ -\ 1\ -\ \ 4\ \ +5$	**Para** $x_1=5 \to f(5)=\ -25\ +\ 20\ \ +5$
Para $x_1=-1 \to f(-1)=\ \ 0$	**Para** $x_1=5 \to f(5)=\ \ 0$

Entonces: si $x_1=-1$ $\to y=0$ y si $x_2=5 \to y=0$. **Los puntos: A=(-1,0) y B=(5,0) son las soluciones o raíces.**



VÉRTICE:

Para hallar el **VÉRTICE "V"** de la función (el punto negro), se aplica:

La fórmula del punto medio para "**X**" $X = \frac{X1 + X2}{2} = \frac{-1+5}{2} = \frac{4}{2} = \mathbf{2}$	Y para "**f(x)**" ó "**Y**", se escribe la función cuadrática y se reemplaza en el valor de la variable "x" por **X=2**: **f(x)=** - x ^{2} + 4. x + 5 **f(2)=** -(**2**)^2 + 4.(**2**) + 5 **f(2)=** - 4 + 8 + 5 **f(2)=** **9**

3. Dada la siguiente función, graficarla en los ejes cartesianos y señalar las RAÍCES, marcar el EJE DE SIMETRÍA y el VÉRTICE: $\quad y = -x^2 + 4x - 3.$

4. Leer en forma comprensiva la función de variables (h,m), completar la tabla y realizar la gráfica:

B) m (h)= h^2-6h+9 — a=1, b= - 6, c=9

, donde $\Delta = b^2 - 4.a.c \rightarrow \Delta = \overbrace{(-6)^2}^{1°término} - \overbrace{4.(1).9}^{2°término} = 36 - 36 = 0$

Como $\Delta = 0$, la ecuación tiene **2 SOLUCIONES REALES IGUALES**: $h_1 = h_2 = 2.$

El DISCRIMINANTE (Δ) **es: 0.**

$h_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2.a}$ y $h_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2.a}$ ó

$h_1 = \frac{-(-6)+\sqrt{0}}{2.(1)}$ y $h_2 = \frac{-(-6)-\sqrt{0}}{2.(1)}$

$h_1 = \frac{+6+0}{2} = \frac{6}{2} = 3$ y $h_2 = \frac{+6-0}{2.(1)} = \frac{4}{2} = 3$

RTA: Entonces: $\mathbf{h_1 = 2}$ y $\mathbf{h_2 = 2}$ **son las dos soluciones reales IGUALES.**

Recordar que en el trabajo práctico anterior, se hizo esta:

OBSERVACIÓN: EN ESTE CASO, AL RESOLVER ESTE TIPO DE EJERCICIO, CON SABER QUE EL DISCRIMINANTE ES IGUAL A 0: $\Delta = 0$**, SOLO SE APLICA UNA SOLA VEZ LA FÓRMULA.**

El punto: **(3,0) es la única solución**.

Encontrar el vértice de la función:

VÉRTICE:

Para hallar el **VÉRTICE "V"** de la función (el punto negro), se aplica:

La fórmula del punto medio para "**h**"

$$\boldsymbol{h} = \frac{h_1 + h_1}{2} = \frac{3+3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Y para **"f(h)"** ó "**Y**", se escribe la función cuadrática y se reemplaza en el valor de la variable "h" por **X=3**:

f(h) = $h^2 - 6.h + 9$

f(3)= $(3)^2 - 6.(3) + 9$

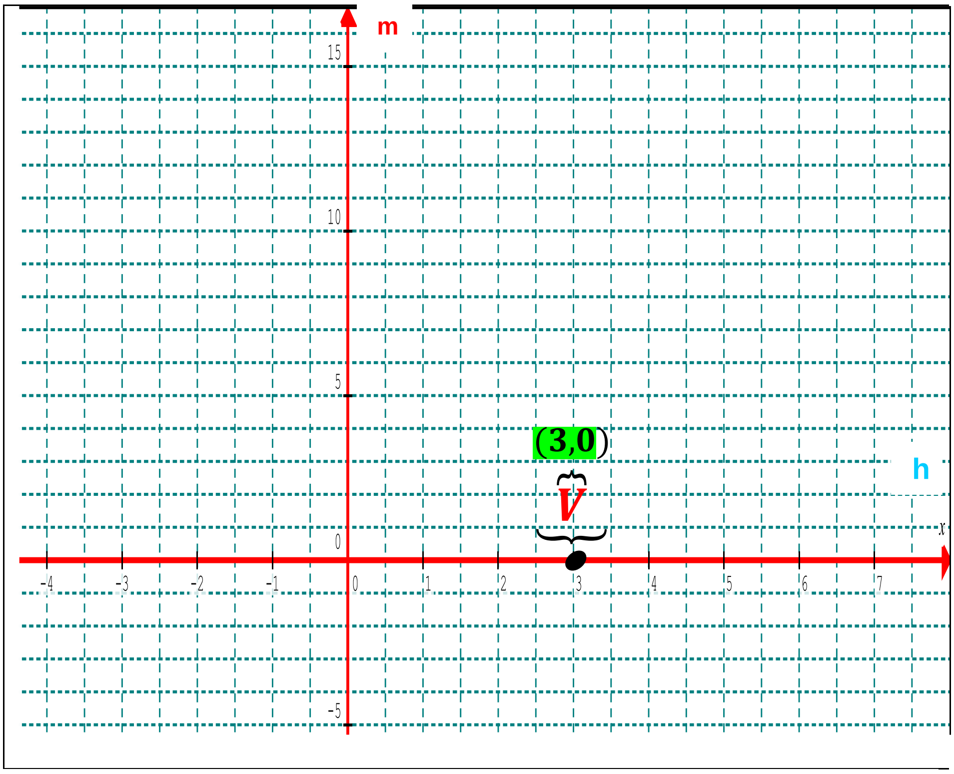
f(3)= $9 - 18 + 9$

f(3)= **0**

OBSERVACIÓN: **El vértice COINCIDE con la RAÍZ O SOLUCIÓN (3,0).**

Es conveniente elegir los valores de la tabla alrededor de **h=3.**

h	m (h)= h ^{2}-6 h +9
5	
4	
3	m (h) = $h^2 - 6.h + 9$ m (3) = $(3)^2 - 6.(3) + 9$ m (3) = $9 - 18 + 9$ m (3) = 0
2	
1	



Responder: ¿el vértice de la parábola y la raíz qué valores tienen? ¿Cómo son?

5. Representa gráficamente las funciones cuadráticas:

A) $y = 3x^2 + 6x - 9$ B) $y = -2x^2 + 12x - 10$ C) $y = x^2 + 2x - 3$

6. Lee, interpreta y realiza lo que se solicita las siguientes situaciones problemáticas:

A) Si lanzamos una piedra al aire la altura de la piedra recorre la siguiente función $f(t) = -5t^2 + 50t$, siendo t el tiempo en segundos, y f(t) la altura en metros.

$\boxed{f(t)=-5t^2+50t}$ → $\boxed{a=-5}$, $\boxed{b=50}$, $\boxed{c=0}$

, **donde** $\Delta = b^2 - 4.a.c$ **= $(50)^2$ -4.(-5).(0) =2500.**

Como $\Delta > 0$ la ecuación tiene dos soluciones reales distintas:

$f_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a}$ ó	$f_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a}$
$f_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2.a}$	$f_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2.a}$
$f_1 = \frac{-(50)+\sqrt{2500}}{2.(-5)} = \frac{-50+50}{-10} = \frac{0}{-10} = 0$	$f_2 = \frac{-(50)-\sqrt{2500}}{2.(-5)} = \frac{-50-50}{-10} = \frac{-100}{-10} = 10$

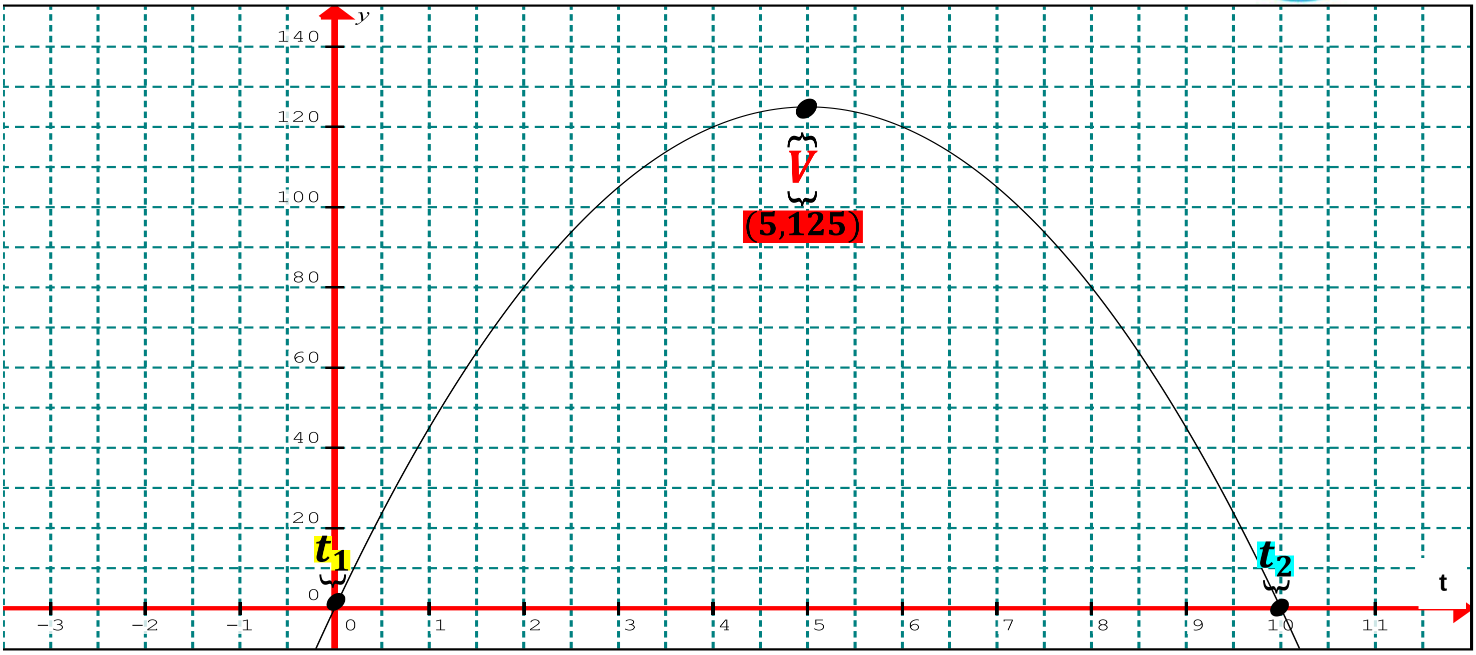
Entonces: si $f_1 = 0 \rightarrow y = 0$ y si $f_2 = 10 \rightarrow y = 0$.
Los puntos: A=(0,0) y B=(10,0) son las soluciones o raíces.

VÉRTICE:

Para hallar el **VÉRTICE "V"** de la función (el punto negro), se aplica:

La fórmula del punto medio para "**t**"	Y para "**Y**", se escribe la función cuadrática y se reemplaza en el valor de la variable "x", X=2:
$t = \frac{t1+t2}{2} = \frac{0+10}{2} = \frac{10}{2} = 5$	**f(t)=** - 5. t ^{2} + 50. t **f(5)=** - 5.(**5**)^2 + 50 . (**5**) **f(5)=**- 5. 25 + 250 **f(5)= - 125 + 250=125**

Entonces: si $t_1 = 5 \rightarrow y = 0$ y si $t_2 = 10 \rightarrow y = 0$.



Interpretando la representación gráfica de la función, responder:

a) ¿En qué segundo que alcanza la máxima altura?
b) ¿Cuál es la máxima altura?
c) ¿En qué segundo cae a tierra?

B) Se lanza una pelota desde el suelo hacia arriba. La altura que alcanza la pelota, medida desde el suelo en metros, en función del tiempo, medido en segundos, se calcula a través de la siguiente fórmula: $h(t) = -5t^2 + 20t$.

- ✓ Graficar la función.
- ✓ Responder:
- ★ ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota y en qué momento lo hace?
- ★ ¿Después de cuánto tiempo cae la pelota al suelo?
- ★ ¿Cómo se contestan las preguntas anteriores si la pelota se lanza a 25m del suelo?

7. Lee, interpreta el siguiente marco teórico: Análisis de una función parabólica.

Conjunto Imagen:

En general:

- Si a > 0, el conjunto imagen de f(x) es [xv; +∞).
- Si a < 0 el conjunto imagen de f(x) es (-∞; xv].

Intervalos de Crecimiento y Decrecimiento:

Las funciones cuadráticas presentan un tramo en el que son crecientes y otro en el que son decrecientes.

- Si a>0, la función f(x) es creciente en el intervalo (X; + ∞) , y decreciente en el intervalo (-∞;X).
- Si a<0, la función f(x) es creciente en el intervalo (-∞; X) , y decreciente en el intervalo (X;-∞).

Conjunto de Positividad y Negatividad:

Las raíces reales de una función, si es que existen, nos permitirán determinar los intervalos en los cuales la función es positiva y los intervalos en los cuales es negativa.

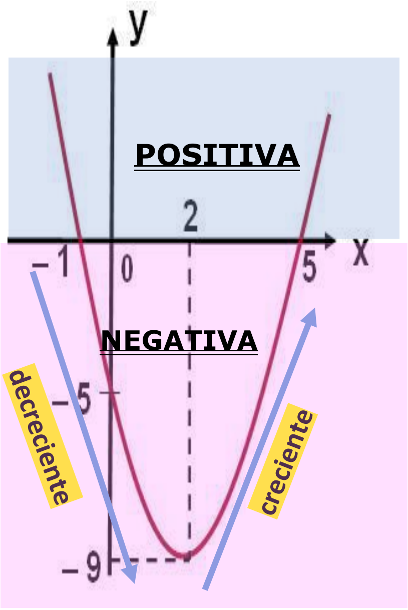
Los intervalos de positividad de una función f(x) son los intervalos de x en los cuales la función es positiva, es decir, donde f(x)>0.

Los intervalos de negatividad de una función f(x) son los intervalos de x en los cuales la función es negativa, es decir, donde f(x)<0.

Máximo o mínimo: también se lo llama extremo.

Si a>0 la ordenada del vértice (Y) es el valor mínimo que alcanza la función, lo toma en X.

Si a< 0 la ordenada del vértice (Y) es el valor máximo que alcanza la función, lo toma en X.



MONOTONIA: proviene del griego y hace referencia a la falta de variedad en cualquier cosa. El concepto está vinculado a la uniformidad. Si es creciente o no.

"Estudio de la función": $f(x) = x^2 - 4x - 5$.

★ **Dominio:** $x \in R$. (Significa que "x" puede tomar cualquier valor real).

★ **Imagen:** $\{y \in R : y \geq -9\}$. (Significa que "y" puede tomar valores mayores a – 9. Observa que para escribir la imagen se toma como referencia el **Vértice**).

★ **Ceros:** $x = 5$ o $x = -1$ (La gráfica corta al eje "x" en estos dos valores).

★ **Vértice:** $V(2 ; -9)$.

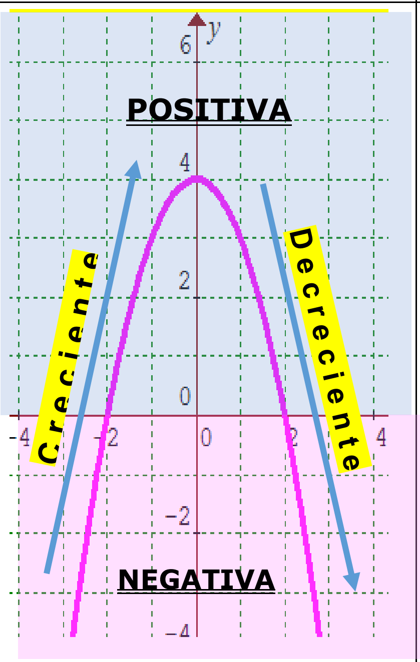
★ **Valor mínimo:** $y = -9$ y se alcanza en $x = 2$. El valor mínimo coincide con el vértice: (Xv; Vy).

★ **Eje de simetría:** $x = 2$. (La ecuación del eje de simetría es x =Vx).

★ **Monotonía:** *Creciente* para **X≥2** y *decreciente* para **X≤2**.(Para la monotonía se toma como referencia la **Xv** que se incluye **siempre**)

★ **Signos:** ***Positiva* para $x < -1$ o $x > 5$** y ***negativa* para $-1 < x < 5$.** (Para los signos se toma como referencia X_1 y X_2 o los **ceros)**

★ **Intersección con el eje "y":** $y = -5$.



"Estudio de la función": $f(x) = x^2 - 4$

★ **Dominio:** $x \in R$. (Significa que "x" puede tomar cualquier valor real).

★ **Imagen:** $\{y \in R : y \leq 4\}$. (Significa que "y" puede tomar valores "_______" a 4. Observa que para escribir la imagen se toma como referencia el **Vértice**).

★ **Ceros:** x =__ y x = __ (La gráfica corta al eje "x" en estos dos valores).

★ **Vértice:** $V($ ___ ; ___ $)$.

★ **Valor máximo:** 4 y se alcanza en $y = 4$. El valor máximo coincide con el vértice: (Xv; Vy).

★ **Eje de simetría:** $x = 0$. (La ecuación del eje de simetría es x =Vx).

★ **Monotonía:** *Creciente* para **X ≤** __ y *decreciente* para **X ≥** __.(Para la monotonía se toma como referencia la **Xv** que se incluye **siempre**)

★ **Signos:** ***Negativa* para $x < -2$ y $x > 2$** y ***positiva* para $-2 < x < 2$.** (Para los signos se toma como referencia X_1 y X_2 o los **ceros)**

★ **Intersección con el eje "y":** $y =$ ___.

Graficar y **realizar el estudio** de las siguientes funciones:

A. $y = x^2 - 7x + 12$	**B.** $f(x) = x^2 + 2x - 3$
C. $y = x^2 - 4x - 5$	**D.** $f(x) = x^2 - 8x + 12$